Учреждение образования
«Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»

УДК 517.988

Дарья Сергеевна Шпак

ИМПУЛЬСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности «01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ»

Гродно, 2014

Работа выполнена в учреждении образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»

Научный руководитель:

Вувуникян Юрий Микиртычевич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры теории функций, функционального анализа и прикладной математики учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы»

Официальные оппоненты:

Оппонирующая организация:

Защита состоится ___________ в _______ на заседании совета по защите диссертаций К 02.14.02 при учреждении образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы» по адресу: 230023, г. Гродно, ул. Ожешко, 22, ауд. 209
Телефон ученого секретаря: (+375 152) 74 43 76; (+375 152) 73 19 26
E–mail: v.a.pronko@gmail.com; n.nech@grsu.by

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГрГУ им. Я. Купалы
Автореферат разослан __________________ 2014 г.

Ученый секретарь
совета по защите диссертаций К 02.14.02 В.А. Пронько

КРАТКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Настоящая диссертационная работа посвящена полиномиальным эволюционным операторам, которые определяются как конечная сумма однородных компонент эволюционных операторов, сопоставляющих функции из одного полинормированного пространства другую функцию из другого полинормированного пространства.

Теория эволюционных операторов является новым научным направлением, находящимся на границе таких современных математических областей, как теория систем, теория обобщенных функций и теория нелинейных операторов.

Основные результаты указанных выше теорий были изложены в книгах В. Вольтерра, Н. Винера, И.М. Гельфанда, К. Иосиды, Р. Эдвардса, В.А. Садовничего, В.С. Владимирова, Ю.М. Вувуникяна, К.А. Пупкова, В.И. Капалина, А.С. Ющенко.

Теория эволюционных операторов занимается исследованием нелинейных эволюционных операторов с импульсными характеристиками, в качестве которых выступают обобщенные функции. Данный факт позволяет применять нелинейные эволюционные операторы для анализа динамических систем, описываемых нелинейными интегро-дифференциальными уравнениями.

Среди большого разнообразия объектов управления важное место занимают объекты, модели которых описываются системами нелинейных уравнений. Широкое распространение таких моделей для описания различных процессов вызвало становление и развитие теории систем. Важнейшее достижение данной теории состоит в разработке математического описания типа «вход–выход» с помощью нелинейных эволюционных операторов.

В настоящее время, во время непрерывного роста сложности технических систем, является необходимым появление новых качественных методов и способов решения и анализа таких систем.

В диссертационной работе рассматриваются системы, определяемые нелинейными дифференциальными уравнениями, описывается метод построения системных эволюционных операторов, используя композицию полиномиальных эволюционных операторов с импульсными и спектральными характеристиками, а также квазиобращение данных операторов.

В диссертации доказана теорема о композиции квазиобратного и полиномиального эволюционных операторов, установлены формулы для определения тензорного произведения и тензорной степени полиномиальных эволюционных операторов. Рассмотрено квазиобращение полиномиальных эволюционных операторов и установлен вид формул компонент рассматриваемых нелинейных квазиобратных эволюционных операторов с обобщенными импульсными характеристиками для полиномиального эволюционного оператора. В качестве примеров для построения компонент квазиобратного эволюционного оператора выбраны следующие нелинейные дифференциальные уравнения:

- уравнение вида $x'' + x + dx^2 = f(t)$, которое представляет собой важный пример с нелинейной восстанавливающей силой dx^2 и затуханием, совершающей вынужденные колебания при гармоническом внешнем воздействии *f(t);*
- уравнение вида $x'' - 3x' - 2x - x^2 = f(t)$, которое является частным случаем уравнения Эмдена – Фаулера, хорошо известного в атомной физике и применяемого в астрофизических исследованиях;
- и другие уравнения, представляющие собой частные случаи уравнения общего вида $L(D)x + N(x) = f(t)$, для которого также приведены формулы компонент квазиобратного эволюционного оператора.

Обобщенные спектральные характеристики эволюционного оператора, определяемые как обобщенные преобразования Лапласа импульсных характеристик этого оператора, являются основным объектом, на котором основано доказательство теоремы о спектральных характеристиках композиции полиномиальных эволюционных операторов. Рассмотрены и построены формулы и для частных случаев композиций операторов со спектральными характеристиками, например квадратичного и полиномиального, кубического и полиномиального эволюционных операторов.

Из вышеизложенного видно, что рассматриваемые в диссертационной работе задачи являются актуальными в теории эволюционных систем.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами

Диссертация выполнялась в соответствии с ГПНИ Конвергенция № 1.4.01 на 2011–2015 гг. по теме «Развитие методов решения некорректных задач теории управления распределенными динамическими системами и их приложений в математической физике. Методы эволюционных операторов с обобщенными импульсными и спектральными характеристиками в задачах моделирования сложных нелинейных динамических систем»; а также в соответствии с грантом

Министерства образования Республики Беларусь по научному направлению физико-математические науки для аспирантов (№ ГА 1–13, номер госрегистрации 20131087).

Исследования проводились на кафедре теории функций, функционального анализа и прикладной математики учреждения образования «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы».

Цель и задачи исследования

Целью работы является построение композиции полиномиальных и квазиобратных эволюционных операторов с обобщенными импульсными и спектральными характеристиками и их применение для исследования нелинейных дифференциальных уравнений. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

- доказать теоремы о тензорном произведении и тензорной степени реакций полиномиальных эволюционных операторов, и основную теорему о композиции квазиобратного и полиномиального эволюционных операторов
- построить компоненты квазиобратного эволюционного оператора с обобщенными импульсными характеристиками для полиномиального эволюционного оператора, и, в частности, построить компоненты квазиобратного эволюционного оператора для ряда нелинейных дифференциальных уравнений;
- доказать теорему о спектральных характеристиках композиции полиномиальных эволюционных операторов и вывести формулы для спектральных характеристик композиции полиномиального оператора произвольной степени и эволюционных операторов второй и третьей степеней.

Объектом исследования являются полиномиальные эволюционные операторы. **Предметом исследования** являются импульсные и спектральные характеристики полиномиальных эволюционных операторов.

В работе используются общие идеи теории классического математического анализа, теории операторов в функциональных пространствах, теории обобщенных функций. Среди применяемых методов следует выделить методы исследования операторов типа свертки и метод построения эволюционных операторов.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие основные результаты:

1. Доказательство теорем о тензорном произведении и тензорной степени реакций полиномиальных эволюционных операторов, и основной теоремы о композиции квазиобратного и полиномиального эволюционных операторов.
2. Построение компонент квазиобратного эволюционного оператора с обобщенными импульсными характеристиками для полиномиального эволюционного оператора, и, в частности, построение компонент квазиобратного эволюционного оператора для ряда нелинейных дифференциальных уравнений.
3. Доказательство теоремы о спектральных характеристиках композиции полиномиальных эволюционных операторов и вывод формул для спектральных характеристик композиции полиномиального оператора произвольной степени и эволюционных операторов второй и третьей степеней.

Личный вклад соискателя

Основные результаты, полученные в диссертационной работе, являются самостоятельной работой автора. Научному руководителю, доктору физико-математических наук Ю.М. Вувуникяну, принадлежат выбор направления исследования, предметные постановки задач и обсуждение результатов.

Апробация результатов диссертации

Описанные в работе результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

1. XII Республиканская конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 16–18 марта 2009 г.);
2. Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «Первый шаг в науку – 2009» (Минск, 21–24 апреля 2009 г.);
3. XIII Республиканская конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 15–17 марта 2010 г.);
4. XIV Республиканская конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании,

производстве и научных исследованиях» (Гомель, 21–23 марта 2011 г.);

5. VII Республиканская научная конференция «Современные проблемы математики и вычислительной техники» (Брест, 24–26 ноября 2011 г.);

6. XV Республиканская конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 26–27 марта 2012 г.);

7. Международная научная конференция «XI Белорусская математическая конференция» (Минск, 5–9 ноября 2012 г.);

8. XVI Республиканская конференция студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях» (Гомель, 25–27 марта 2013 г.);

9. II Международная научно-практическая конференция «Современные информационные компьютерные технологии mcIT–2013» (Гродно, 22–25 апреля 2013 г.);

10. XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям «Еругинские чтения – 2013» (Гродно, 13–16 мая 2013 г.).

Опубликованность результатов диссертации

Результаты диссертационной работы опубликованы в 27 научных работах. Среди них 7 статей в научных изданиях согласно п.18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь (общим объемом 1,5 авторских листа), 8 материалов и 9 тезисов докладов научных конференций, 3 статьи в сборниках научных статей.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, библиографического списка, приложения. Полный объем диссертации составляет 113 страниц. 6 таблиц и 6 рисунков занимают 6 страниц. Библиографический список содержит 81 позицию, включая 27 публикаций соискателя, и занимает 9 страниц. Приложения включают 2 акта о внедрении в учебный процесс, размещенные на 2 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

В **первой главе** «Обзор и анализ литературы по теме диссертации, методы исследования» приводится обзор основных результатов теории функциональных рядов Вольтерра – Винера и теории операторов, а также обосновывается выбор направления исследования. В разделе 1.2 приводятся понятия финитной и обобщенной функций, определяются операции над этими функциями. Раздел 1.3 посвящен результатам исследований эволюционных операторов с обобщенными импульсными характеристиками. В разделе 1.4 изложен обзор развития теории нелинейных квазиобратных эволюционных операторов и основные результаты исследований в этой области.

Вторая глава «Квазиобратные операторы для полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными импульсными характеристиками» содержит определения n-линейного эволюционного оператора, полиномиального эволюционного оператора степени n и квазиобратного эволюционного оператора степени l к полиномиальному эволюционному оператору.

Пусть X – пространство финитных слева бесконечно дифференцируемых на числовой оси функций.

Будем определять n-линейные эволюционные операторы $A_n\left(x_1,x_2,...,x_n\right):X^n\to X$, где $x_1,x_2,...,x_n\in X$, следующим образом:

$$A_n\left(x_1,x_2,...,x_n\right)=S_n\left(a_n*\left(x_1\otimes x_2\otimes...\otimes x_n\right)\right),$$

где S_n – оператор сокращения переменных степени n,
a_n – обобщенная функция на пространстве R^n с носителем на гипероктанте $[0;+\infty)^n$,
$*$ – операция свертки.

В случае, когда $x_1=x_2=...=x_n=x\quad\left(x\in X\right)$, обозначая $\left(x_1,x_2,...,x_n\right)=x^n$, оператор $A_2x^2=A_2\left(x,x\right)=S_2\left(a_2*x^{\otimes 2}\right)$ называется квадратичным эволюционным оператором, оператор $A_3x^3=A_3\left(x,x,x\right)=S_3\left(a_3*x^{\otimes 3}\right)$ называется кубическим эволюционным оператором. Для произвольного натурального числа n определим однородный эволюционный оператор степени n следующим равенством: $A_nx^n=A_n\left(x,x,...,x\right)=S_n\left(a_n*x^{\otimes n}\right)$.

Тогда оператор

$$Ax=A_1x+A_2x^2+...+A_nx^n=\sum_{m=1}^{n}A_mx^m\quad\left(x\in X\right)$$

будем называть полиномиальным эволюционным оператором степени n.

Другими словами, полиномиальным эволюционным оператором степени n называется оператор A, определяемый равенством

$$Ax = \sum_{m=1}^{n} S_m \left(a_m * x^{\otimes m} \right),$$

где S_m – оператор сокращения переменных степени m, т.е. $S_m f\left(t_1, t_2, ..., t_m\right) = f\left(t, t, ..., t\right)$,

a_m – обобщенная функция на пространстве R^m с носителем на гипероктанте $[0;+\infty)^m$,

$*$ – операция свертки,

$x^{\otimes m} = x \otimes x \otimes ... \otimes x$ – m-я тензорная степень функции $x \in X$.

Обобщенная функция a_m называется импульсной характеристикой порядка m оператора A, а конечная последовательность $(a_m)_{m=1}^{n}$ – системой импульсных характеристик оператора A.

Квазиобратным эволюционным оператором степени l к полиномиальному эволюционному оператору A степени n будем называть полиномиальный эволюционный оператор степени l

$$Bx = \sum_{p=1}^{l} S_p \left(b_p * x^{\otimes p} \right) \quad (x \in X),$$

для которого выполняются равенства

$$F = B \circ A = I + \sum_{j=l+1}^{\ln} F_j \text{ и } C = A \circ B = I + \sum_{j=l+1}^{\ln} C_j,$$

где I – тождественный оператор.

В разделе 2.2 рассматриваются тензорное произведение и тензорная степень реакций полиномиальных эволюционных операторов.

Основные результаты данного раздела приведены в следующих теоремах.

Теорема 1 [5]. *Пусть A является полиномиальным эволюционным оператором степени n. Тогда тензорный квадрат оператора A можно вычислить по формуле*

$$\left(Ax\right)^{\otimes 2}=\sum_{m=2}^{2n}\sum_{\left(m_1,m_2\right)\in\Omega^*_{m,n}}S_{m_1,m_2}\left(\left(a_{m_1}\otimes a_{m_2}\right)*x^{\otimes m}\right),$$

где $\Omega^*_{m,n}$ *– множество всех композиций натурального числа m с двумя частями* m_1 *и* m_2*, для которых выполняются ограничения* $m_1\le n$*,* $m_2\le n$*.*

Теорема 2 [5]. *Тензорная степень p полиномиального эволюционного оператора степени n вычисляется по формуле*

$$\left(Ax\right)^{\otimes p}=\sum_{m=p}^{np}\sum_{\left(m_1,m_2,\dots,m_p\right)\in\Omega_{m,p,n}}S_{m_1,m_2,\dots,m_p}\left(\left(a_{m_1}\otimes a_{m_2}\otimes\dots\otimes a_{m_p}\right)*x^{\otimes m}\right),$$

где $m_1+m_2+\dots+m_p=m$*.*

В разделах 2.3 и 2.4 исследуются композиции квазиобратного и полиномиального эволюционных операторов, а также композиция полиномиальных эволюционных операторов, один из которых линеен, и доказываются соответствующие теоремы.

Теорема 3 [5]. *Композиция* $F=B\circ A$ *полиномиального эволюционного оператора A степени n и квазиобратного эволюционного оператора B степени l, где* $Ax=\sum_{m=1}^{n}S_m\left(a_m*x^{\otimes m}\right)$, $x\in X$, $Bx=\sum_{p=1}^{l}S_p\left(b_p*x^{\otimes p}\right)$, $x\in X$, *является полиномиальным эволюционным оператором степени nl*

$$Fx=\sum_{m=1}^{nl}S_m\left(\sum_{\beta\in\Omega_{m,p,n}}\left(b_p\overset{\beta}{*}a_\beta\right)\right)*x^{\otimes m},\ x\in X,$$

где $\Omega_{m,p,n}$ *– множество всех композиций натурального числа m с p частями, каждая из которых не превосходит n.*

Теорема 4 [5]. *Пусть A – полиномиальный эволюционный оператор степени n. Тогда компоненты квазиобратного эволюционного оператора B степени l к оператору A можно найти по следующим формулам*

$$B_1x=a_1^{*-1}*x;$$
$$B_2x^2=S_2\left(b_2*x^{\otimes 2}\right);$$
$$B_3x^3=S_3\left(b_3*x^{\otimes 3}\right);$$
$$B_4x^4=S_4\left(b_4*x^{\otimes 4}\right),\ \dots$$

где $b_2 = -a_1^{*-1} * \left(a_2 * b_1^{\otimes 2} \right)$;

$$b_3 = -a_1^{*-1} * \left(a_2 \overset{(1,2)}{*} \left(b_1 \otimes b_2 \right) + a_2 \overset{(2,1)}{*} \left(b_2 \otimes b_1 \right) + a_3 * b_1^{\otimes 3} \right);$$

$$b_4 = -a_1^{*-1} * \left(a_2 \overset{(2,2)}{*} \left(b_2 \otimes b_2 \right) + a_2 \overset{(1,3)}{*} \left(b_1 \otimes b_3 \right) + a_2 \overset{(3,1)}{*} \left(b_3 \otimes b_1 \right) + \right.$$

$$\left. + a_3 \overset{(1,1,2)}{*} \left(b_1 \otimes b_1 \otimes b_2 \right) + a_3 \overset{(1,2,1)}{*} \left(b_1 \otimes b_2 \otimes b_1 \right) + a_3 \overset{(2,1,1)}{*} \left(b_2 \otimes b_1 \otimes b_1 \right) + a_4 * b_1^{\otimes 4} \right), \ldots$$

Теорема 5 [5, 25]. *Пусть A – полиномиальный эволюционный оператор степени n, B – линейный эволюционный оператор, т.е.*

$$Ax = \sum_{m=1}^{n} S_m(a_m * x^{\otimes m}), \ Bx = b_1 * x, \quad (x \in X).$$

Тогда композиция $F = B \circ A$ *является полиномиальным эволюционным оператором степени n с импульсными характеристиками*

$$f_m = b_1 \overset{(m)}{*} a_m, \quad (m = 1, 2, \ldots, n).$$

Теорема 6 [5, 25]. *Пусть A – линейный эволюционный оператор, B – полиномиальный оператор степени l:*

$$Ax = a_1 * x, \ Bx = \sum_{p=1}^{l} S_p(b_p * x^{\otimes p}), \ (x \in X).$$

Тогда их композиция $F = B \circ A$ *является полиномиальным эволюционным оператором степени l с импульсными характеристиками*

$$f_p = b_p * a_1^{\otimes p}, \ (p = 1, 2, \ldots, l).$$

В разделе 2.5 рассматривается случай композиции квазиобратного и полиномиального степени 2 эволюционных операторов.

Теорема *7* [5]. *Пусть внутренний композиционный оператор A является квазиобратным эволюционным оператором степени n, а внешний композиционный оператор B – полиномиальный эволюционный оператор степени 2, т.е.*

$$Ax=\sum_{m=1}^{n}S_m\left(a_m * x^{\otimes m}\right),\ Bx=b_1 * x+S_2\left(b_2 * x^{\otimes 2}\right),\ (x\in X).$$

Тогда композиция F = B ∘ A – полиномиальный эволюционный оператор степени 2n

$$Fx=\sum_{m=1}^{2n}S_m\left(\sum_{(n_1,n_2)\in\Omega_{m,2,n}} b_p \overset{(n_1,n_2)}{*}\left(a_{n_1}\otimes a_{n_2}\right)\right) * x^{\otimes m}.$$

Теорема 8 [5]. *Пусть внутренний композиционный оператор A является полиномиальным эволюционным оператором степени 2, а внешний композиционный оператор B – квазиобратным эволюционный оператор степени l:*

$$Ax=a_1 * x+S_2\left(a_2 * x^{\otimes 2}\right),\ Bx=\sum_{p=1}^{l}S_p\left(b_p * x^{\otimes p}\right),\ (x\in X).$$

Тогда композиция F = B∘A – полиномиальный эволюционный оператор степени 2l

$$Fx=\sum_{p=1}^{2l}S_p\left(\sum_{(n_1,n_2)\in\Omega_{p,2,l}}\left(b_{n_1}\otimes b_{n_2}\right)\overset{(n_1,n_2)}{*} a_m\right) * x^{\otimes p},$$

где импульсные характеристики находятся по формуле $f_p=\sum_{(n_1,n_2)\in\Omega_{p,2,l}}\left(b_{n_1}\otimes b_{n_2}\right)\overset{(n_1,n_2)}{*} a_m,\ p=n_1+n_2=1,2,...,2l$*; m = 1, 2.*

В главе 3 «Построение квазиобратных эволюционных операторов для нелинейных дифференциальных уравнений» рассматривается нелинейное дифференциальное уравнение *n*-го порядка

$$L(D)x+dx^2=f(t), \tag{1}$$

с квадратичной нелинейной частью и линейной частью, записанной в общем виде

$$L(D)x = D^m x + c_{m-1} D^{m-1} x + c_{m-2} D^{m-2} x + ... + c_1 Dx + c_0 x =$$
$$= \frac{d^m x}{dt^m} + c_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + c_{m-2} \frac{d^{m-2} x}{dt^{m-2}} + ... + c_1 \frac{dx}{dt} + c_0 x.$$

Исследуется обобщенная импульсная характеристика первого порядка квазиобратного эволюционного оператора, порожденного уравнением (1).

Определим вид обобщенной импульсной характеристики первого порядка b_1 квазиобратного нелинейного эволюционного оператора *B* для различных корней $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$ однородного уравнения

$$\lambda^m + c_{m-1}\lambda^{m-1} + c_{m-2}\lambda^{m-2} + ... + c_1\lambda + c_0 = 0. \qquad (2)$$

Для этого представим характеристику b_1 как сумму ее составляющих, т.е. $b_1 = b_1^{\,1} + b_1^{\,2} + b_1^{\,3} + b_1^{\,4}$, где выражения $b_1^{\,1}(t)$, $b_1^{\,2}(t)$, $b_1^{\,3}(t)$, $b_1^{\,4}(t)$ зависят от характера корней уравнения (2).

Введем следующие обозначения:

1) $\lambda_1, ..., \lambda_n$ – простые вещественные корни однородного характеристического уравнения (2);

2) $\lambda_{n+1}, ..., \lambda_{n+k}$ – кратные вещественные корни кратностей $j_1, ..., j_k$ однородного характеристического уравнения (2);

3) $\lambda_{n+k+1}, ..., \lambda_{n+k+r}$ – комплексно-сопряженные корни уравнения (2);

4) $\lambda_{n+k+r+1}, ..., \lambda_{n+k+r+s}$ – кратные комплексно-сопряженные корни кратностей $j_1, ..., j_s$ уравнения (2).

Заметим, что $n + k + r + s = m$.

Исходя из введенных обозначений, составляющие $b_1^{\,1}(t)$, $b_1^{\,2}(t)$, $b_1^{\,3}(t)$, $b_1^{\,4}(t)$ обобщенной импульсной характеристики первого порядка нелинейного квазиобратного эволюционного оператора *B* будут иметь вид

$$b_1^{\,1}(t) = \theta(t) \sum_{i=1}^{n} \prod_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} \frac{1}{\lambda_i - \lambda_j} e^{\lambda_i t}, \qquad (3)$$

где n – количество простых вещественных корней уравнения (2);

$$b_1^{\,2}(t) = \theta(t) \sum_{l=1}^{k} t^{j_l - 1} e^{\lambda_l t}, \qquad (4)$$

где k – количество кратных вещественных корней,

j_l – соответствующие кратности вещественных корней;

$$b_1^3(t)=\theta(t)\sum_{p=1}^{r} e^{\alpha_p t}\sin\beta_p t\,, \tag{5}$$

где r – количество комплексно-сопряженных корней кратное 2,
α_p, β_p – действительная и мнимая части комплексно-сопряженных корней;

$$b_1^4(t)=\theta(t)\sum_{i=1}^{s}\sum_{h=0}^{j} C_h^1 t^{2h} e^{\alpha_i t}\sin\beta_i t + C_h^2 t^{2h-1} e^{\alpha_i t}\cos\beta_i t\,, \tag{6}$$

где C_h^1, C_h^2 – биномиальные коэффициенты, причем $C_0^2=0, j=\frac{j_i-1}{2}$ при j_i – нечетной кратности комплексно-сопряженных корней, а $C_0^2=C_{\frac{j_i}{2}}^1=0, j=\frac{j_i}{2}$ при j_i – четной кратности комплексно-сопряженных корней.

В разделе 3.2 выполняется построение квазиобратного эволюционного оператора для класса квадратичных эволюционных операторов и приводится необходимое замечание.

Теорема 9 [1]. *Пусть A – эволюционный оператор второй степени* $Ax=a_1*x+S_2(a_2*x^{\otimes 2})$, *порожденный дифференциальным уравнением* $x'+ax+bx^2=f(t)$. *Тогда квазиобратный эволюционный оператор B степени n к оператору A может быть представлен следующим образом:*

$$Bf=\sum_{k=1}^{n} B_k f^k, \tag{7}$$

где операторные компоненты вычисляются по формулам

$$B_1 f=\theta(t)e^{-at}*f,$$
$$B_n f^n=-b\theta(t)e^{-at}*\sum_{k=1}^{n-1}\left(B_k f^k\cdot B_{n-k}f^{n-k}\right).$$

Замечание 1. *Отметим, что, выделяя четные и нечетные компоненты квазиобратного эволюционного оператора B степени n, формулу (7) можно представить в виде*

$$\begin{cases} B_{2n}f^{2n} = -2b\theta(t)e^{-at} * \sum\limits_{k=1}^{n-1} B_k f^k B_{2n-k} f^{2n-k} + b\theta(t)e^{-at} * \left(B_n f^n\right)^2, \\ B_{2n+1}f^{2n+1} = -2b\theta(t)e^{-at} * \sum\limits_{k=1}^{n} B_k f^k B_{2n+1-k} f^{2n+1-k}. \end{cases}$$

Теорема 10 [2, 3]. *Для эволюционного оператора второй степени* $Ax = a_1 * x + S_2(a_2 * x^{\otimes 2})$*, порожденного нелинейным дифференциальным уравнением* $L(D)x + dx^2 = f(t)$*, нелинейный квазиобратный эволюционный оператор Bf, операторные компоненты которого последовательно вычисляются по формулам*

$$B_1 f = b_1 * f;$$
$$B_2 f^2 = -db_1 * \left(B_1 f\right)^{\otimes 2};$$
$$B_3 f^3 = -2db_1 * \left(B_1 f \otimes B_2 f\right);$$
$$B_n f^n = -db_1 * \sum_{k=1}^{n} \left(\left(B_k f\right) \cdot \left(B_{n-k} f\right)\right),$$

где $b_1^1(t),\ b_1^2(t),\ b_1^3(t),\ b_1^4(t)$ *– составляющие обобщенной импульсной характеристики первого порядка* $b_1(t)$ *оператора Bf, определяемые по формулам (3–6); будет иметь вид* $Bf = \sum\limits_{k=1}^{n} B_k f^k$.

В разделе 3.3 и 3.4 выполняется построение трехкомпонентного нелинейного квазиобратного эволюционного оператора для частного случая уравнения Эмдена – Фаулера и для уравнения осциллятора Дуффинга с квадратичной нелинейностью; приводятся соответствующие формулы, таблицы значений и графики функций, которыми представлены квазиобратные операторы.

В разделе 3.5 рассматривается нелинейное дифференциальное уравнение третьего порядка $x''' + ax'' + bx' + cx + dx^2 + gx^3 = f(t)$ и выполняется построение квазиобратного оператора для данного уравнения.

В **главе 4** «Квазиобратные операторы для полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными спектральными характеристиками» исследуется тензорное произведение и свертка обобщенных функций в пространстве $\mathrm{E}_c'(R^n)$ – векторном подпространстве векторного пространства $C^\infty\left(R^n\right)$.

Основные результаты главы 4 описываются следующими теоремами.

Теорема 11 (о спектральных характеристиках композиции полиномиальных эволюционных операторов) [7]. *Пусть A – полиномиальный эволюционный оператор степени n, заданный спектральными характеристиками*

$\tilde{a}_m$, B – полиномиальный эволюционный оператор степени l, заданный спектральными характеристиками $\tilde{b}_p$. Тогда спектральная характеристика $\tilde{f}_m$ оператора композиции $F = B \circ A$ будет определяться по формуле

$$\tilde{f}_m(\lambda) = \sum_{p=1}^{nl} \sum_{m_1+m_2+\ldots+m_p=nl} \tilde{b}_p\Big(\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_{m_1}, \lambda_{m_1+1}+\lambda_{m_1+2}+\ldots+\lambda_{m_1+m_2}, \ldots,$$

$$\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_{p-1}+1}+\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_{p-1}+2}+\ldots+\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_p}\Big)\times$$

$$\times\tilde{a}_{m_1}\left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{m_1}\right)\tilde{a}_{m_2}\left(\lambda_{m_1+1},\lambda_{m_1+2},\ldots,\lambda_{m_1+m_2}\right)\times\ldots\times$$

$$\times\tilde{a}_{m_p}\left(\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_{p-1}+1},\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_{p-1}+2},\ldots,\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_p}\right),$$

где $\lambda = \left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{m_1+m_2+\ldots+m_p}\right) \in \Pi_c^m$.

Теорема 12 (о спектральных характеристиках композиции полиномиального степени n и полиномиального степени 2 эволюционных операторов) [7].

Пусть A – полиномиальный эволюционный оператор степени n, заданный спектральными характеристиками $\tilde{a}_m$, B – полиномиальный эволюционный оператор степени 2, заданный спектральными характеристиками $\tilde{b}_1$ и $\tilde{b}_2$. Тогда спектральная характеристика $\tilde{f}_m$ оператора композиции $F = B \circ A$ будет определяться по формуле:

$$\tilde{f}_m(\lambda) = \sum_{m=1}^{2n} \sum_{n_1+n_2=2n} \tilde{b}_m\left(\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_{n_1}, \lambda_{n_1+1}+\lambda_{n_1+2}+\ldots+\lambda_{n_1+n_2}\right)\times$$

$$\times\tilde{a}_{n_1}\left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{n_1}\right)\tilde{a}_{n_2}\left(\lambda_{n_1+1},\lambda_{n_1+2},\ldots,\lambda_{n_1+n_2}\right).$$

где $\lambda = \left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{n_1+n_2}\right) \in \Pi_c^n$.

Теорема 13 (о спектральных характеристиках композиции полиномиального степени n и полиномиального степени 3 эволюционных операторов) [7].

Пусть A – полиномиальный эволюционный оператор степени n, заданный спектральными характеристиками $\tilde{a}_m$, B – полиномиальный степени 3 эволюционный оператор, заданный спектральными характеристиками $\tilde{b}_1$, $\tilde{b}_2$ и $\tilde{b}_3$. Тогда спектральная характеристика $\tilde{f}_m$ оператора композиции $F = B \circ A$ будет определяться по формуле

$$\tilde{f}_m(\lambda)=\sum_{m=1}^{3n}\sum_{n_1+n_2+n_3=3n}\tilde{b}_m\left(\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_{n_1},\lambda_{n_1+1}+\lambda_{n_1+2}+\ldots+\lambda_{n_1+n_2},\right.$$
$$\left.\lambda_{n_1+n_2+1}+\lambda_{n_1+n_2+2}+\ldots+\lambda_{n_1+n_2+n_3}\right)\times$$
$$\times\tilde{a}_{n_1}\left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{n_1}\right)\tilde{a}_{n_2}\left(\lambda_{n_1+1},\lambda_{n_1+2},\ldots,\lambda_{n_1+n_2}\right)\tilde{a}_{n_3}\left(\lambda_{n_1+n_2+1},\lambda_{n_1+n_2+2},\ldots,\lambda_{n_1+n_2+n_3}\right).$$

где $\lambda=\left(\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_{n_1+n_2+n_3}\right)\in\Pi_c^n$.

Рассматривается квазиобращение полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными спектральными характеристиками. Приводятся формулы для построения системы спектральных характеристик $\left(\widetilde{b}_p\right)_{p=1}^{l}$ квазиобратного эволюционного оператора *B* степени *l* к полиномиальному эволюционному оператору *A* степени *n*, определяемому системой спектральных характеристик $\left(\widetilde{a}_m\right)_{m=1}^{n}$. В теореме 4.5. отмечены свойства при расчете числа слагаемых спектральных характеристик.

Теорема 14 [13]. *При расчете числа слагаемых спектральной характеристики* $\widetilde{b}_l$ *справедливы утверждения:*

- *количество слагаемых спектральной характеристики* $\widetilde{b}_l$, *n=2,3,... равно* 2^r-1, *где r – это номер строки треугольника Паскаля, r=1,2,3... . Биномиальные коэффициенты* $C_r^0,\ r\geq 1$ *не учитываются. Спектральной характеристике* $\widetilde{b}_1$ *соответствует нулевая строка (вершина) треугольника, т.е. биномиальный коэффициент* $C_0^0=1$*;*
- *количество слагаемых в спектральной характеристике* $\widetilde{b}_l$ *на* 2^{r-1} *больше количества слагаемых в спектральной характеристике* $\widetilde{b}_{l-1}$.

На примерах нелинейных дифференциальных уравнений

1. $x'+ax+bx^2=f(t)$;
2. $x''-3x'-2x-x^2=f(t)$;
3. $x''+x+dx^2=f(t)$;
4. $x'''+ax''+bx'+cx+dx^2+gx^3=f(t)$;

демонстрируется нахождение спектральных характеристик для полиномиальных эволюционных операторов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Доказаны теоремы о тензорном произведении и тензорной степени реакций полиномиальных эволюционных операторов, и основная теорема о композиции квазиобратного и полиномиального эволюционных операторов [5, 26].
2. Построены компоненты квазиобратного эволюционного оператора с обобщенными импульсными характеристиками для полиномиального эволюционного оператора, и, в частности, построены компоненты квазиобратного эволюционного оператора для ряда нелинейных дифференциальных уравнений [1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25].
3. Доказана теорема о спектральных характеристиках композиции полиномиальных эволюционных операторов и получены формулы для спектральных характеристик композиции полиномиального оператора произвольной степени и эволюционных операторов второй и третьей степеней [7, 8, 11, 13, 18, 27].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные результаты имеют как теоретическое значение, так и практическую направленность. Они могут быть использованы при чтении специальных курсов по математическому моделированию эволюционных систем, при проведении практических и лабораторных занятий по теории операторов в высших учебных заведениях, а также для дальнейшего практического применения в области физики, изучающей процессы в системах радиоэлектроники и их элементах, – радиофизике.

По итогам проведенного исследования имеется два акта внедрения в учебный процесс (Приложения А и Б).

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных изданиях, соответствующих п.18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь

1. Вувуникян, Ю.М. Построение квазиобратных операторов пятой степени с обобщенными импульсными характеристиками / Ю.М. Вувуникян, Д.С. Шпак // Вестник ГрГУ им. Я. Купалы. Сер. 2, Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2011. – № 1 (107). – С. 23–30.
2. Вувуникян, Ю.М. Теорема о нелинейных квазиобратных операторах для класса квадратичных эволюционных операторов / Ю.М. Вувуникян, Д.С. Шпак // Вестник ГрГУ им. Я. Купалы. Сер. 2, Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2011. – № 2 (111). – С. 57–62.
3. Вувуникян, Ю.М. Операторные компоненты квазиобратных эволюционных операторов для дифференциальных уравнений второго порядка / Ю.М. Вувуникян, Д.С. Шпак // Известия Смоленского государственного университета. – 2012. – № 2 (18). – С. 440–451.
4. Шпак, Д.С. Операторные компоненты квазиобратных эволюционных операторов для нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка / Д.С. Шпак // Вестник ГрГУ им. Я. Купалы. Сер. 2, Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2012. – № 3 (136). – С. 18–25.
5. Вувуникян, Ю.М. Квазиобратные операторы для полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными импульсными характеристиками / Ю.М. Вувуникян, Д.С.Шпак // Доклады НАН Беларуси. – 2013. – Т.57, № 5. – С. 15–21.
6. Шпак, Д.С. Нелинейные квазиобратные эволюционные операторы для нелинейных дифференциальных уравнений Дуффинга и Эмдена – Фаулера / Д.С. Шпак // Вестник ГрГУ им. Я. Купалы. Сер. 2, Математика. Физика. Информатика, вычислительная техника и управление. – 2013. – № 1 (148). – С. 58–64.
7. Вувуникян, Ю.М. Эволюционные операторы для полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными спектральными характеристиками /

Ю.М. Вувуникян, Д.С. Шпак // Известия Смоленского государственного университета. – 2014. – № 1 (25). – С. 389–398.

Статьи в сборниках научных статей

8. Шпак, Д.С. Симметричные спектральные характеристики квазиобратных операторов, порожденных нелинейными дифференциальными уравнениями / Д.С. Шпак // Наука–2008 : сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я.Купалы; под ред. А.И. Борко. – Гродно, 2008. – С. 301–306.

9. Шпак, Д.С. Применение системных эволюционных операторов для нахождения решений нелинейных дифференциальных уравнений / Д.С. Шпак // Наука–2010 : сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я. Купалы; под ред. А.Ф. Проневич. – Гродно, 2010. – С. 149–151.

10. Шпак, Д.С. Алгоритм построения нелинейного квазиобратного оператора шестой степени для класса квадратичных эволюционных операторов / Д.С. Шпак // Наука–2011 : сб. науч. ст. / ГрГУ им. Я. Купалы; под ред. О.В. Янчуревич. – Гродно, 2011. – С. 154–155.

Материалы и тезисы докладов научных конференций

11. Шпак, Д.С. Симметричные спектральные характеристики квазиобратных операторов / Д.С. Шпак // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 16–18 марта 2009 г. : в 2 ч. / Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2009. – Ч. 1. – С. 179–180.

12. Шпак, Д.С. Применение системных эволюционных операторов для приближенного нахождения решений нелинейных дифференциальных уравнений / Д.С. Шпак // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XIII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 15–17 марта 2010 г. : в 2 ч. / Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2010. – Ч. 1. – С. 246–247.

13. Шпак, Д.С. Симметричные обобщенные спектральные характеристики квазиобратных операторов / Д.С. Шпак // Международный Форум студенческой и учащейся молодежи «Первый шаг в науку – 2009», Минск, 21–24 апр. 2009 г. : в

2 т. / Центр студенческих научных инициатив при Совете молодых ученых Национальной академии наук Беларуси. – Минск: Право и экономика, 2010. – Т. 2. – С. 535–538.

14. Шпак, Д.С. Квазиобратные операторы шестой степени с импульсными характеристиками / Д.С. Шпак // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XIV Респ. конф. студентов и аспирантов, 21–23 марта 2011 г., Гомель : в 2 ч. / Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2011. – Ч. 1. – С. 246–247.

15. Шпак, Д.С. Построение композиции операторов Вольтерра – Винера для одного класса эволюционных операторов / Д.С. Шпак // Современные проблемы естественных и физико-математических наук: материалы VI Всеукраин. студ. науч. конф., Нежин, 5–6 апр. 2011 г. / Нежин. гос. ун-т им. Н. Гоголя; редкол.: В.О. Анищенко [и др.]. – Нежин, 2011. – С. 12–14.

16. Шпак, Д.С. Построение нелинейного квазиобратного оператора для дифференциального уравнения второй степени / Д.С. Шпак // Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования: материалы IV Междунар. науч. конф., Воронеж, 12–17 сент. 2011 г. / Воронеж. гос. ун-т.; Моск. гос. ун-т., – Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронеж. гос. ун-та, 2011. – С. 314–317.

17. Шпак, Д.С. Обобщенные импульсные характеристики эволюционных квазиобратных операторов, порожденных нелинейными дифференциальными уравнениями / Д.С. Шпак // НИРС–2011 : сб. тез. докл. респ. науч. конф. студентов и аспирантов Республики Беларусь, 18 октября 2011 г., Минск / редкол.: С.В. Абламейко [и др.]. – Минск: Изд. центр БГУ, 2011. – С. 84.

18. Шпак, Д.С. Спектральные характеристики квазиобратного оператора для дифференциального уравнения третьего порядка / Д.С. Шпак // Современные проблемы математики и вычислительной техники: материалы VII Респ. науч. конф., Брест, 24–26 ноября 2011 г. : в 2 ч. / Брест. гос. техн. ун-т; редкол.: В.С. Рубанова [и др.]. – Брест, 2011. – Ч. 2. – С. 160–162.

19. Шпак, Д.С. Теорема об операторных компонентах нелинейного квазиобратного оператора для дифференциального уравнения третьего порядка / Д.С. Шпак // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XV Респ. науч. конф. студентов и аспирантов, Гомель, 26–28 марта 2012 г. : в 2 ч. / Гомел.

гос. ун-т им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2012. – Ч. 2. – С. 202–203.

20. Шпак, Д.С. Композиция линейного и нелинейного операторов Вольтерра – Винера / Д.С. Шпак // Applied mathematics: the 10th Students' conference, Kaunas, Lithuania, April 20, 2012 / Kaunas University of Technology; Atsakingas redaktorius J. Valantinas. – Kaunas: Technotogtja, 2012. – С. 7–9.

21. Шпак, Д.С. Применение квазиобратных эволюционных операторов для математического моделирования нелинейных систем / Д.С. Шпак // Современные тенденции развития математики и ее прикладные аспекты – 2012: материалы I Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Донецк, 17 мая 2012 г. / Донецкий нац. ун-т экономики и торговли. – Донецк, 2012. – С. 141–142.

22. Шпак, Д.С. Операторные компоненты нелинейного квазиобратного эволюционного оператора для нелинейных дифференциальных уравнений / Д.С. Шпак // XI Белорусская математическая конференция: тез. докл. междунар. науч. конф., Минск,: 4–9 ноября 2012 г. : в 4 ч. / Институт математики НАН Беларуси; редкол.: С.К. Красовский [и др.]. – Минск, 2012. – Ч. 1. – С. 60–61.

23. Шпак, Д.С. Квазиобратный эволюционный оператор первого порядка для нелинейного дифференциального уравнения с квадратичной нелинейностью / Д.С. Шпак // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: материалы XVI Респ. конф. студентов и аспирантов, 25–27 марта 2013 г., Гомель : в 2 ч. / Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины; редкол.: О.М. Демиденко [и др.]. – Гомель, 2013. – Ч. 1. – С. 18–20.

24. Шпак, Д.С. Построение квазиобратных нелинейных эволюционных операторов для нелинейных дифференциальных уравнений / Д.С. Шпак // Еругинские чтения – 2013: тез. докл. XV Междунар. науч. конф. по диф. ур., Гродно, 13–16 мая 2013 г. : в 2 ч. / Институт математики НАН Беларуси; редкол.: С.К. Красовский [и др.]. – Минск, 2013. – Ч. 2. – С. 51–52.

25. Шпак, Д.С. О композиции эволюционных операторов Вольтерра – Винера, один из которых линейный / Д.С. Шпак // Современные информационные компьютерные технологии mcIT–2013 [Электронный ресурс]: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. / УО «Гр. гос. ун-т им. Я. Купалы». — Гродно, 2013. — 1 электр. компакт диск (CD-R). — 995 с. — Рус. — Деп. в ГУ «БелИСА» 24.05.2013 г. № Д201019.

26. Вувуникян, Ю.М. Тензорные степени и композиции полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными импульсными характеристиками / Ю.М. Вувуникян, Д.С. Шпак // Высокопроизводительные вычисления – математические модели и алгоритмы: материалы II Междунар. конф., Калининград, 3–5 окт. 2013 г. – Калининград: Балтийский федеральный ун-т им. И. Канта, 2013. – С. 170–172.

27. Шпак, Д.С. Теорема о композиции полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными спектральными характеристиками / Д.С. Шпак // Современные проблемы математики и вычислительной техники: материалы VIII Респ. науч. конф. молодых ученых и студентов, Брест, 21–23 ноября 2013 г. / Брест. гос. техн. ун-т; редкол.: В.С. Рубанова [и др.]. – Брест, 2013. – С. 173–175.

РЭЗЮМЭ

Дар’я Сяргееўна Шпак

Імпульсныя характарыстыкі паліномных эвалюцыйных аператараў

Ключавыя словы: паліномны эвалюцыйны аператар, абагульненая імпульсная характарыстыка, спектральная характарыстыка, квазіадваротны эволюцыйны аператар, тэнзарны здабытак, згортка.

Аб'ект даследавання: паліномныя эвалюцыйныя аператары.

Мэтай дысертацыйнай працы з'яўляецца развіццё напрамку па вывучэнню паліномных эвалюцыйных аператараў з абагульненнымі імпульснымі і спектральнымі характарыстыкамі і квазіадваротнасць дадзеных аператараў.

Метады даследавання: выкарыстоўваюцца метады тэорыі класічнага матэматычнага аналізу, тэорыі аператараў у функцыянальных прасторах, тэорыі абагульненых функцый, а таксама варта вылучыць метады даследвання аператараў тыпу згорткі і метад пабудовы эвалюцыйных аператараў.

Атрыманыя вынікі і іх навізна. У дысертацыі атрыманы наступныя новыя навукова абгрунтаваныя вынікі.

- Даказаны тэарэмы для тэнзарнага здабытку і тэнзарнай ступені рэакцый паліномных эвалюцыйных аператараў, і асноўная тэарэма пра кампазіцыю квазіадваротнага і паліномнага эвалюцыйных аператараў.
- Пабудаваны кампаненты квазіадваротнага эвалюцыйнага аператара з абагульненымі імпульснымі характарыстыкамі для паліномнага эвалюцыйнага аператара, і, у прыватнасці, пабудаваны кампаненты квазіадваротнага эвалюцыйнага аператара для шэрагу нелінейных дыферэнцыяльных ураўненняў.
- Даказана тэарэма пра спектральныя характарыстыкі кампазіцыі паліномных эвалюцыйных аператараў і атрыманы формулы для спектральных характарыстык кампазіцыі паліномнага аператара адвольнай ступені і эвалюцыйных аператараў другой і трэцяй ступеняў.

Рэкамендацыі па выкарыстанні і вобласць ужывання. Атрыманыя вынікі маюць як тэарэтычнае значэнне, так і практычную накіраванасць. Яны могуць быць выкарыстаны ў навуковых даследваннях тэорыі эвалюцыйных аператараў і для аналізу радыёфізічных аб’ектаў, якія апісваюцца сістэмамі нелінейных дыферэнцыяльных ураўненняў.

РЕЗЮМЕ
Дарья Сергеевна Шпак
Импульсные характеристики полиномиальных эволюционных операторов

Ключевые слова: полиномиальный эволюционный оператор, обобщенная импульсная характеристика, спектральная характеристика, квазиобратный эволюционный оператор, тензорное произведение, свертка.

Объект исследования: полиномиальные эволюционные операторы.

Целью работы является развитие направления по изучению полиномиальных эволюционных операторов с обобщенными импульсными и спектральными характеристиками и квазиобращение данных операторов.

Методы исследования: используется методы теории классического математического анализа, теории операторов в функциональных пространствах, теории обобщенных функций, а также следует выделить методы исследования операторов типа свертки и метод построения эволюционных операторов.

Полученные результаты и их новизна. В диссертации получены следующие новые научно обоснованные результаты.

- Доказаны теоремы о тензорном произведении и тензорной степени реакций полиномиальных эволюционных операторов, и основная теорема о композиции квазиобратного и полиномиального эволюционных операторов.
- Построены компоненты квазиобратного эволюционного оператора с обобщенными импульсными характеристиками для полиномиального эволюционного оператора, и, в частности, построены компоненты квазиобратного эволюционного оператора для ряда нелинейных дифференциальных уравнений.
- Доказана теорема о спектральных характеристиках композиции полиномиальных эволюционных операторов и получены формулы для спектральных характеристик композиции полиномиального оператора произвольной степени и эволюционных операторов второй и третьей степеней.

Рекомендации по использованию и область применения. Полученные результаты имеют как теоретическое значение, так и практическую направленность. Они могут быть использованы в научных исследованиях теории эволюционных операторов и для анализа радиофизических объектов, описываемых системами нелинейных эволюционных уравнений.

SUMMARY
Shpak Darya
Impulse characteristics of polynomial evolution operators

Keywords: polynomial evolution operator, generalized impulse characteristic, spectral characteristic, quasi-inverse evolution operator, tensor product, convolution.

Object of research: polynomial evolution operators.

The purpose of the research is the development of direction for the study of polynomial evolution operators with generalized impulse and spectral characteristics and quasi-inversion of these operators.

Methods: applying methods of the classical mathematical analysis, the theory operators in functional spaces, the theory of generalized functions, and should highlight research methods of convolution type operators and the method of constructing evolutionary operators.

Results and novelty. In the thesis, the following new evidence-based results are obtained.

- The theorems on the tensor product and tensor power of reactions of polynomial evolutionary operators, and the basic theorem on the composition of quasi-inverse and polynomial evolutionary operators are proved.
- The components of quasi-inverse evolutionary operator with the generalized impulse characteristics for the polynomial evolutionary operator are built, and in particular the components of quasi-inverse evolutionary operator for some of nonlinear differential equations are built.
- The theorem on the spectral characteristics of the composition of polynomial evolutionary operators is proved, and the formulas for the spectral characteristics of composition of polynomial operator of arbitrary degree and evolutionary operators of the second and third degrees are established.

Recommendations for use and application. Acquired results are of theoretical and practical importance. They can be used in further research of the theory of evolutionary operators and to analyze the radiophysical objects described by systems of nonlinear evolutionary equations.